本节重点：$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

3.5.1 设随机变量 $X\sim B(n, p)$，已知 $E(X)=2$, $D(X)=1.2$, 求参数 p 的值 .

解：由 $X\sim B(n, p)$可知， $E(X)=np$ ， $D(X)=np(1-p)$,

即 $np=2$ 和 $np(1-p)=1.2$， 解得 $p = 0.4$.

错误人数：0

3.5.2 设随机变量 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，已知 $E(X)=2, D(X)=9$，求参数 σ 的值 .

解: 由 X~N(μ, σ2)可知，$E(X)=\mu$ $D(X)=\sigma^2$ 得$\sigma=3$

错误人数：0

3.5.3 设随机变量 X 的概率分布为

X	1	2	3	4
P	1/8	1/4	1/2	1/8

求 $E(X)$,$E(X$^2),$E(X+2)$^2

解 $$E(X)=1\times 1/8+2\times 1/4+3\times 1/2+4\times 1/8=21/8$$

$$E(X^2)=1\times 1/8+4\times 1/4+99\times 1/2+16\times 1/8=61/8$$

$$E(X+2)^2=E(X^2)+4E(X)+4=177/8$$

错误人数:8 本题为纯计算题，错误同学再重新算一遍即可。

3.5.4 某种产品共有 10 件，其中有次品 3 件 . 现从中任取 3 件，求取出的 3 件产品中次品数 X 的数学期望和方差 .

解：X 可能取值为 0，1，2，3，其概率分布为

X	0	1	2	3
p	$\frac{P_7^3}{P_{10}^3}=\frac{210}{720}$	$\frac{3P_3^1P_7^2}{P_{10}^3}=\frac{378}{720}$	$\frac{3P_3^2P_7^1}{P_{10}^3}=\frac{126}{720}$	$\frac{P_3^3}{P_{10}^3}=\frac{6}{720}$

$E(X)=9/10$ ， $D(X)=49/100$.

错误人数：8 计算 $E(X^2)$易错

题目解析：先算 $E(X)$，再算 $E(X^2)$，最后根据公式 $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$计算得 $D(X)$

3.5.5 一批零件中有 9 个合格品与 3 个废品，在安装机器时，从这批零件中任取 1 个，如果 取出的是废品就不再放回．求在取得合格品之前，已经取出的废品数的数学期望和方差．

解： X 可能取值为 0，1，2，3，其概率分布为

X	0	1	2	3
p	$\frac{9}{12}$	$\frac{3\cdot 9}{12\cdot 11}$	$\frac{3\cdot 2\cdot 9}{12\cdot 11\cdot 10}$	$\frac{3\cdot 2\cdot 1}{12\cdot 11\cdot 10}$

E(X) =3/10　　D(X) =319/1000

错误人数：4　本题计算得 0.319 或$\frac{351}{1100}$都算对。

计算步骤：此处理应先计算，在计算过程中不应取近似值，应在得出最后答案时再取近似值，或者答案直接用分式表示也可。

3.5.6 设随机变量 X 的概率分布为:

X	0	1	2
P	1/2	3/8	1/8

求 $E(x+2)^2$。

解　$E(x)=5/8$ ，$E(x^2)=7/8$

$E(X+2)^2=E(X^2)+4E(X)+4=59/8$

错误人数：6　错误原因：~~$E(X+2)^2=(5/8+2)^2=441/64$~~

3.5.10 设随机变量 X，有 E(X)=4, D(X)=16. 已知 E(aX+b)=1, D(aX+b)=1，其中 a＞0，试求 a、b 的值.

解：数学期望和方差的性质知 $E(aX+b)=aE(X)+b=4a+b$

$D(aX+b)=a^2D(X)=16a^2$

由已知条件知 4a+b=1，$16a^2=1$，解得：a=1/4　　b=0

错误人数：1

3.5.11 1 若随机变量 X 的分布密度函数为:$f(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$，求 E(x)

解：　$E(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1 2x^2\,dx=\frac{2}{3}$

错误人数：0

3.5.13 设随机变量 X 的概率密度函数为:f(x)=$\begin{cases} x & 0 \le x < 1 \\ 2-x & 1 \le x < 2 \\ 0 & 其他 \end{cases}$ 求 E(X-2)

解：$E(X-2)=E(X)-2=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^1 x^2\,dx+\int_1^2 x(2-x)dx-2=-1$

错误人数：3

3.5.14 设随机变量 X 的概率分布密度函数为: :f(x)=$\begin{cases} Ax^2(x-2)^2 & 0 \le 0 \le 2 \\ 0 & 其他 \end{cases}$

求 X 的数学期望和方差.

解： 由密度函数性质 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

可知$\int_0^2 Ax^2(x-2)^2dx=1$解得 A=15/16

E(X)= $\int_0^2 Ax^3(x-2)^2dx=1$

E(X^2)= $\int_0^2 Ax^4(x-2)^2dx=\frac{8}{7}$

D(X)= E(X^2)- $[E(X)]^2$=1/7

错误人数：4

3.5.16 设随机变量 X 的概率分布密度函数为: f(x)=$\begin{cases} 1+x & -1 \le x \le 0 \\ 1-x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$,求 X 的方差

解：

$$E(X)=\int_{-1}^{0} x(1+x)dx+\int_0^1 x(1-x)dx=0$$

$$E(X^2)=\int_{-1}^{0} x^2(1+x)dx+\int_0^1 x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}$$

$$D(X)=E(X^2)-(E(X))^2=\frac{1}{6}$$

错误人数：3

3.5.18 连续型随机变量 ξ 的概率分布密度函数为:$f(x)=\begin{cases} kx^a & 0<x<1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$,$(a,k>0)$

又知 E(ξ)=0.75, 试确定 k 与 a 的值.

解：由密度函数性质 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$得 $\int_0^1 kx^{\alpha}dx = 1$,

又知 $E(\xi) = 0.75$ 可得$\int_0^1 kx^{\alpha+1}dx = 3/4$

得：$\frac{k}{a+1} = 1$,$\frac{k}{a+2} = \frac{3}{4}$,解得: k=3 a=2

错误人数：2

3.5.19 据统计，一位 40 岁的健康（一般体检未发现病症）者，在 5 年之内活着或自杀死亡的概率为 p（ 0<p<1, p 已知）， 在 5 年内非自杀死亡的概率为 1-p。保险公司办 5 年人寿保险，参加者需交保险费 a 元（ a 已知），若 5 年之内非自杀死亡，公司赔偿 b 元（b>a）。b 应如何定才能使公司可望获益。

解：设公司收益为 X ，X 服从二项分布， $P(X = a) = p$ ，

$P(X = a - b) = 1 - p$ $E(X) = ap + (a - b)(1 - p)$ ，

要使公司获益，即数学期望大于 0，

即 $ap + (a - b)(1 - p) > 0$，

因此，$b < \frac{a}{1-p}$

错误人数：0