

# 南开大学 2020 级“文科概率统计”统考试卷 (A 卷) 2021 年 6 月

说明:请将解答务必写在答题卡指定区域, 写在其他地方无效。

学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

一些你可能用到的数据

标准正态分布函数数值:  $\Phi(0.25)=0.5987, \Phi(0.5)=0.6915, \Phi(1.3)=0.9032, \Phi(1.645)=0.95, \Phi(1.7)=0.9554, \Phi(1.96)=0.975$

t 分布临界值:  $t_{0.05}(14)=1.761, t_{0.05}(15)=1.753, t_{0.05}(16)=1.746,$

$t_{0.025}(14)=2.14, t_{0.025}(15)=2.13, t_{0.025}(16)=2.12,$

$t_{0.01}(14)=2.62, t_{0.01}(15)=2.60, t_{0.01}(16)=2.58$

相关系数显著性检验:  $r_{0.05}(10)=0.576, r_{0.05}(11)=0.553, r_{0.05}(12)=0.532$

## 一、填空题 (每空2分, 共20分)

- 1、已知三个事件  $A, B, C$ , 它们的运算 \_\_\_\_\_ 表示“三个事件中恰有两个发生”。
- 2、两个事件  $A, B$ , 若概率  $P(A-B)=P(B)$ ,  $P(AB)=P(\overline{A+B})=\frac{1}{4}$ , 则  $P(B-A)=$  \_\_\_\_\_。
- 3、已知  $P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{5}, P(A|B)+P(B|A)=\frac{2}{3}$ , 则  $P(\overline{A+B})=$  \_\_\_\_\_。
- 4、三位射手同时独立射击同一目标, 命中概率分别为  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$ , 则目标被命中的概率为 \_\_\_\_\_。
- 5、设随机变量  $X$  的分布列为  $P\{X=k\}=2^k c, k=1, 2, \dots, 7$ , 则  $c=$  \_\_\_\_\_。
- 6、设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 已知  $P(X \leq 100)=0.95, P(X \leq 163)=0.975$ , 则  $D(X)=$  \_\_\_\_\_。
- 7、随机变量  $X$  服从二项分布  $B(100, \frac{1}{5})$ , 则  $E(X^2)=$  \_\_\_\_\_。
- 8、袋中有4个红球, 5个白球, 从中不放回拿球, 第5次和第6次都是红球的概率是 \_\_\_\_\_。
- 9、设总体  $X$  服从泊松分布  $P(\lambda)$ , 抽取8个样本得到4,4,3,4,3,1,3,6, 则该样本方差为 \_\_\_\_\_。
- 10、随机变量  $X$  服从  $(a, 5a)$  上的均匀分布, 抽得样本: 4,8,6,9,4,5, 则  $a$  的矩估计为 \_\_\_\_\_。

## 二、解答题 (每题10分, 共80分)

- 1、袋中有颜色分别为红黄蓝绿的4个球, 随机摸球5次, 每次摸出记录球的颜色后放回,
  - (1) 求摸到全部4种颜色球的概率。
  - (2) 用假设检验的原理说明如果一个人在一次实验 (摸球5次) 中摸到了4种颜色的球, 算不算他具有特殊运气或超能力 (设显著性水平  $\alpha=0.05$ ) 。
- 2、设某企业有甲乙丙三个不同的车间生产口罩, 其产量分别占该企业口罩产量的40%, 10%, 50%, 而它们分别的合格率为99.4%, 98.2%, 99.5%, 求:
  - (1) 该企业口罩的合格率;
  - (2) 如果用户买到了该企业的不合格口罩, 利用贝叶斯定理, 分析它最可能是哪个车间生产的。
- 3、某单位招聘3085人, 按考试成绩从高分到低分依次录用, 共有10000人报名应聘, 假设报名者的考试成绩服从正态分布, 已知90分以上有446人, 60分以下有968人, 问被录用者中最低分为多少?
- 4、设随机变量  $X$  的密度函数是  $\rho(x) = \begin{cases} Ax(2-x), & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 求  $X$  的期望和方差。
- 5、设  $X \sim N(1, 12^2), Y \sim N(2, 4^2)$ , 从  $X, Y$  中各抽取10个计算出样本均值为  $\bar{X}$  和  $\bar{Y}$ , 求  $\bar{X} - \bar{Y} > 0$  的概率。
- 6、某种袋装食品的重量服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 随机抽取16袋检验, 其平均重量为501克, 标准差为40.8, 若:
  - (1) 总体方差未知, 求  $\mu$  的置信度为95%的置信区间;
  - (2) 已知总体方差为  $\sigma^2 = 32.0^2$ , 求  $\mu$  的置信度为95%的置信区间。
- 7、用户怀疑某商店出售的500克装食盐实际重量不足, 随机购买了16袋进行检测, 发现其平均重495克, 标准差为7, 请问在  $\alpha=0.01$  的水平下, 说明食盐平均重量是否合格?
- 8、对  $(x, y)$  的一组观测数据  $(x_i, y_i), i=1 \dots 12$  进行计算, 得到了  $\sum_{i=1}^{12} x_i = 300, \sum_{i=1}^{12} y_i = 924,$   
 $\sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 7621, \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 74748, \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 23463$ , 请根据以上数据确定  $y$  对  $x$  的线性回归方程, 并检验该线性关系的显著性 (设显著性水平  $\alpha=0.05$ ) 。